

## Übungsblatt 6

**Übung 6.1** Die Maximum-Likelihood (ML) Methode lässt sich auch anwenden auf die Schätzung der a priori Wahrscheinlichkeiten  $P(\omega_k)$  für das Auftreten der einzelnen Klassen.

Die Klasse  $\omega_k$  trete mit der unbekanntem Wahrscheinlichkeit  $p = P(\omega_k)$  auf. Die zu betrachtende Zufallsvariable für zufällig ausgewählte  $n$  Samples ist dann  $X_i = 1$ , wenn das  $i$ -te Sample zu  $\omega_k$  gehört und Null sonst.

a) Machen Sie sich klar, dass

$$L_p(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p^{x_i} (1-p)^{1-x_i}$$

b) Zeigen Sie, dass der ML-Schätzer für  $p$  gegeben ist durch

$$\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Interpretieren Sie Ihr Ergebnis in Worten. Warum war dieses Ergebnis zu erwarten?

**Übung 6.2** Zeigen Sie, dass der ML-Schätzer aus der vorhergehenden Übung erwartungstreu ist.

**Übung 6.3** Für einen zweidimensionalen Featurevektor werden an vier Trainings-samples einer Klasse  $\omega$  folgende Werte gemessen:

$$(-1, 1), (1, 2), (1, -2), (-1, -1)$$

Berechnen Sie deren Mittelwert und Kovarianzmatrix.