

Übungsblatt 7

Übung 7.1 Schreiben Sie ein R-Script, das $n = 50$ normalverteilte Zufallszahlen generiert (Funktion *rnorm*) und das gleitende Histogramm mit einem Fenster der Breite h berechnet. Zeichnen Sie zum Vergleich dazu die wahre Wahrscheinlichkeitsdichte, die Sie mit der Funktion *dnorm* erzeugen können.

Hinweise:

- Bei den generierten Zufallszahlen wird es eine kleinste Zahl x_{min} und eine größte x_{max} geben, so dass Sie den Bereich, in dem Sie die Dichte zeichnen, einschränken können auf $[x_{min}, x_{max}]$.
- Das gleitende Histogramm aus den Werten x berechnen Sie mittels


```
d <- density(x, kernel="rectangular", bw=h)
```

 $d\$x$ und $d\$y$ enthalten die Funktionswerte an 512 Stützstellen (kann mit Parameter "n=..." geändert werden). Die Werte können direkt mit *lines(d, col=...)* geplottet werden.
- Wählen Sie beim Plotten der Dichte *ylim=c(0,max(y)*1.5)*, damit auch zu große Schätzwerte noch in den Plot passen.

Übung 7.2 Zeigen Sie, dass die sich aus der Kernel-Methode ergebende Wahrscheinlichkeitsdichte

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

tatsächlich auf Eins normiert ist $\int_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(x) dx = 1$ wenn der Kernel $K(x)$ ebenfalls auf Eins normiert ist.

Übung 7.3 Machen Sie dieselbe Schätzung wie in Aufgabe 7.1, aber mit einem Gaußschen Kernel

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Dazu müssen Sie lediglich den Parameter *kernel="gaussian"* wählen. Stellen Sie die folgenden Funktionen in einem Plot dar:

- wahre Dichte (*dnorm*)
- gleitendes Histogramm
- Gaußscher Kernelschätzer
- Histogramm mit festen Zellen (Funktion *hist*)
Achtung: bei *hist* wird die Farbe nicht über *col=...*, sondern über *border=...* eingestellt.
Ferner müssen Sie die folgenden Parameter setzen:
 - *freq=FALSE* damit die Histogrammfläche auf Eins normiert ist
 - *add=TRUE* damit der Plot zum bestehenden Plot hinzugefügt wird