Students t-Verteilung (1)

Eigenschaften:

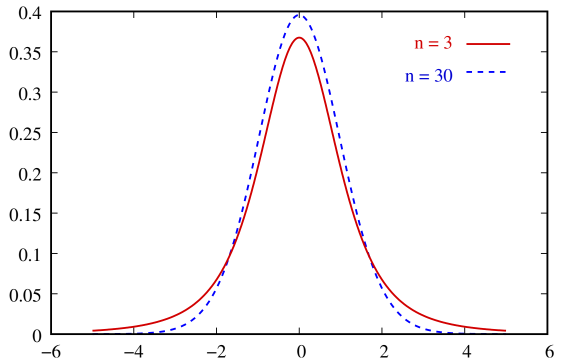
- ∘ trägt den Namen des Pseudonyms "Student", unter dem der englische Mathematiker William Sealey Gosset (1876 - 1937) publizieren musste, weil sein Arbeitgeber Publizieren verboten hatte
- ∘ hat nur einen Parameter n, genannt *Anzahl der Freihheitsgrade*
- ∘ Wahrscheinlichkeitsdichte ist

$$f_n(x) \;=\; \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}$$

- ∘ Erwartungswert $E(T) = 0$, Varianz $Var(T) = n/(n\text{-}2)$ (für $n > 2$)

Students t-Verteilung (2)

Graph von $f_n(x)$ für verschiedene Werte von n



Students t-Verteilung (3)

Konvergenz gegen die Standard-Normalverteilung:

- ∘ wenn die Anzahl der Freiheitsgrade n groß wird, nähert sich $f_n(x)$ der Dichte der *Standard-Normalverteilung* (μ=0, σ^2=1) an
- ∘ ab n = 500 nur noch geringe Unterschiede
- ∘ in der Praxis können deshalb für große n statt der Quantile t... der t-Verteilung genausogut die Quantile z... der Standard-Normalverteilung genommen werden.

  Zahlenbeispiele für α = 0.05:

n	10	50	100	300	500	∞
$t_{1-\alpha/2}(n)$	2.2281	2.0086	1.9840	1.9679	1.9647	1.9600

Students t-Verteilung (4)

Welchen Fehler macht man bei Verwendung des t-Tests statt des Welch-Tests?

- ∘ Anzahl Freiheitsgrade wenn $s_x^2 = c\, s_y^2$:

  t-Test: $2\cdot(n-1)$ Welch-Test: $\frac{(1+c^2)^2}{1+c^4}(n-1) \approx 1\cdot(n-1)$ wenn $c > 4$

- ∘ Anzahl Freiheitsgrade beim t-Test tpischerweise um Faktor zwei zu hoch

  ⇒ Ablehnungsbereich zu groß
  ⇒ Signifikanzniveau α ist in Wirklichkeit größer als angegeben

- ∘ Deshalb wird in der Praxis der t-Test bevorzugt: auch nicht signifikante Unterschiede als "signifikant" bewertet
  ⇒ gewünschtes Ergebnis ist (etwas) leichter produzierbar ;-)

  Zahlenbeispiel: n = 30 ⇒ α um 1/2 Prozent zu niedrig angegeben