Übungsblatt 2

Übung 2.1 Ein Gerät testet die Echtheit von Geldscheinen und leuchtet, wenn es glaubt, eine Fälschung erkannt zu haben. Es seien 0.15% der Geldscheine gefälscht. Einen gefälschten Geldschein erkennt das Gerät mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.95 als falsch. Aber auch echte Geldscheine hält das Gerät mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.01 für falsch.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Schein wirklich falsch, wenn das Gerät leuchtet?

Übung 2.2 (Drei Türen Problem) Bei einer amerikanischen Fernsehshow kann ein Kandidat zwischen drei Türen wählen. Hinter einer von ihnen steckt ein Gewinn, die anderen beiden sind Nieten.

Hat der Kandidat eine Tür gewählt, öffnet der Moderator eine der beiden anderen Türen, die eine Niete ist. Der Kandidat kann bei seiner Wahl bleiben oder sich umentscheiden.

Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Bayes, dass sich der Kandidat in jedem Fall umentscheiden sollte, um seine Gewinnchancen zu erhöhen.

Anleitung: Verwenden Sie für die Ereignisse die Bezeichnungen

$$\begin{aligned} K_A &= \text{der Kandidat wählt Tür } A, \ \ldots \\ M_A &= \text{der Moderator öffnet Tür } A, \ \ldots \\ G_A &= \text{der Gewinn ist hinter Tür } A, \ \ldots \end{aligned}$$

und berechnen Sie mit Hilfe der Formel von Bayes $P(G_C|K_A \cap M_B)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn hinter Tür C ist, wenn der Kandidat A gewählt und der Moderator B geöffnet hat (beachten Sie $G_A \cup G_B \cup G_C = \Omega$).

Hinweis: Machen Sie sich klar, dass

$$\begin{aligned} P(M_B \cap G_C \cap K_A) &= P(M_B|G_C \cap K_A) \cdot P(G_C \cap K_A) \\ &= 1 \cdot P(G_C) \cdot P(K_A) \end{aligned}$$