

Übungsblatt 6

Übung 6.1 Die Maximum-Likelihood (ML) Methode lässt sich auch anwenden auf die Schätzung der a priori Wahrscheinlichkeiten $P(\omega_k)$ für das Auftreten der einzelnen Klassen.

Die Klasse ω_k trete mit der unbekanntem Wahrscheinlichkeit $p = P(\omega_k)$ auf. Die zu betrachtende Zufallsvariable für zufällig ausgewählte n Samples ist dann $X_i = 1$, wenn das i -te Sample zu ω_k gehört und Null sonst.

a) Machen Sie sich klar, dass

$$L_p(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p^{x_i} (1-p)^{1-x_i}$$

b) Zeigen Sie, dass der ML-Schätzer für p gegeben ist durch

$$\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Interpretieren Sie Ihr Ergebnis in Worten. Warum war dieses Ergebnis zu erwarten?

Übung 6.2 Zeigen Sie, dass der ML-Schätzer aus der vorhergehenden Übung erwartungstreu ist.

Übung 6.3 Für einen zweidimensionalen Featurevektor werden an vier Trainings-samples einer Klasse ω folgende Werte gemessen:

$$(-1, 1), (1, 2), (1, -2), (-1, -1)$$

Berechnen Sie deren Mittelwert und Kovarianzmatrix.